

Universidad Autónoma de Madrid Escuela Politécnica Superior
Teoría de Autómatas y Lenguajes Formales I
Examen Final Septiembre de 2005

Dados dos lenguajes L y L' cualesquiera, definimos:

$$\text{Ins}(L, L') = \{ \sigma_1 \delta_1 \sigma_2 \delta_2 \dots \sigma_n \delta_n \mid n \geq 0, \sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_n, \delta_1, \delta_2, \dots, \delta_n \in \Sigma, \\ \sigma_1 \sigma_2 \dots \sigma_n \in L, \delta_1 \delta_2 \dots \delta_n \in L' \}$$

Así, por ejemplo, $\text{Ins}(a^*, b^*) = \{(ab)^n \mid n \geq 0\}$

Dados los lenguajes:

$$L_1 = \{ w \in (a+b)^* \}$$

$$L_2 = \{ w \in (a+b)^*, \#_a w \text{ es par} \}$$

$$L_3 = \{ w \in (a+b)^* \mid \#_a w = \#_b w \}$$

$$L_4 = \{ w \in a^n b^n \}$$

Se consideran los siguientes lenguajes construidos a partir de la operación anterior:

$$M_1 = \text{Ins}(L_1, L_2)$$

$$M_2 = \text{Ins}(L_2, L_3)$$

$$M_3 = \text{Ins}(L_3, L_4)$$

Para cada uno de ellos, **1.a)** si el lenguaje es regular, hallar razonadamente un autómata finito determinista que lo acepte (1 punto) y minimizarlo (1 punto), así como una expresión regular que lo defina (1 punto); **1.b)** si el lenguaje no es regular, pero es independiente del contexto, demostrarlo primero (1 punto), y hallar razonadamente un autómata a pila (1 punto) que lo acepte y una gramática independiente del contexto (1 punto) que lo defina; **1.c)** si el lenguaje no está en ninguno de los casos anteriores, demostrarlo (1 punto), hallar razonadamente una máquina de Turing que lo acepte (1 punto) y una gramática que lo defina (1 punto).

NOTA: Todas las respuestas han de razonarse adecuadamente. Las respuestas que no se razonen no se considerarán.

2) Contestad brevemente a las siguientes preguntas relativas a los lenguajes anteriores, justificando las respuestas (1 punto):

- ¿Cuándo se puede afirmar que un lenguaje es regular?
- ¿Puede hallarse una Máquina de Turing que reconozca palabras del

lenguaje L_3 ?

- ¿Se puede afirmar que $L_2 \subseteq L_1$?
- ¿Puede hallarse una Gramática Independiente del Contexto para L_2 ?